|  |  |
| --- | --- |
| **ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI**  **TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ**  **--------------------** | **ĐỀ THI HẾT MÔN**  **HỌC KỲ II NĂM HỌC 2016 - 2017**  **--------------------** |

**Đề thi số 1**

Môn thi: Giải tích II. Số tín chỉ: 4.

Hệ: Chính quy. Thời gian làm bài: 120 phút.

**Câu 1. (1.5 điểm).** Khảo sát sự liên tục của hàm số sau tại :

 .

**Câu 2. (1.5 điểm)** Tìm cực trị của hàm số: .

**Câu 3. (1.5 điểm)**. Tính thể tích của vật thể được giới hạn bởi các mặt sau:  và .

**Câu 4. (2.5 điểm).** Cho tích phân đường loại hai  với L là biên của nửa hình tròn , định hướng dương. Tính I theo 2 cách: tính trực tiếp và dùng định lý Green, so sánh 2 kết quả thu được.

**Câu 5. (1.5 điểm)**. Tìm nghiệm riêng của phương trình vi phân:

 với điều kiện ban đầu .

**Câu 6. (1.5 điểm).** Tìm nghiệm phương trình vi phân  đi qua điểm .

**--------------------------------------------------------**

*Ghi chú: Sinh viên không được phép sử dụng tài liệu.*

**Đáp án Đề thi số 1**

**Câu 1 (1.5đ):**

(0.5) 

(0.5) Vì, theo nguyên lý kẹp ta có:



(0.5) . Vậy  liên tục tại .

**Câu 2 (1.5đ)**

(0.5) Tìm điểm dừng: 

(0.5) 

(0.5) Vì  nên hàm số đạt cực đại tại P(4,4), fmax = 20

**Câu 3 (1.5đ)**.

(0.25) Thể tích: 

(0.25) Chuyển sang tọa độ trụ: 

(0.5) 

(0.5) 

**Câu 4 (2.5đ).**

(0.25) Cách 1: Chu tuyến L gồm 2 đoạn, đoạn thằng L1 nối (-1,0) đến (1,0) và nửa đường tròn L2 nối (1,0) đến (-1,0).

(0.5) Do trên L1 có dy=0 và y=0 nên . Nửa đường tròn L2 có dạng tham số: .

(0.5) Vậy 

(0.5) Cách 2: Sử dụng định lý Green có:

 với D là nửa hình tròn bên trong L.

(0.5) Sử dụng phép đổi biến , , Jacobien của phép đổi biến là . Từ vị trí của miền D ta có các bất đẳng thức:



Tích phân trở thành 

(0.25) So sánh ta thấy 2 kết quả có giá trị bằng nhau.

**Câu 5 (1.5đ)**. Tìm nghiệm riêng của phương trình vi phân:

 (1) với điều kiện ban đầu 

(0.5) 

Nên (1) là phương trình vi phân toàn phần của một hàm số u(x,y) nào đó



(1) trở thành du(x,y) = 0 (2)

(0.5)  



với K là hằng số tùy ý

u(x,y) = xy + exsiny + K với K là hằng số tùy ý.

(0.5)  du(x,y) = d(xy + exsiny + K) = 0 ⇒ xy + exsiny = C với C là hằng số tùy ý, là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân đã cho.

Thay điều kiện ban đầuvào nghiệm tổng quát vừa tìm được:

 nên nghiệm riêng cần tìm là xy + exsiny = 1.

*(Sinh viên làm theo cách khác cũng được điểm tối đa)*

**Câu 6 (1.5đ).**

Đây là phương trình vi phân tuyến tính, nghiệm của phương trình có dạng:

(0.5) 



(0.5) với C là hằng số tùy ý. Từ điều kiện x = 0,y = 1 ta tính được C = 2.

Vậy nghiệm cuối cùng là: 